Mathematik verstehen

Kompetenzen entwickeln von Anfang an

2015/16

2015/16

2016/17

2017/18

www.oebv.at

Autorinnen und Autoren

Prof. Mag. Dr. Bernhard Salzger

Prof. Mag. Judith Bachmann, MPOS

Prof. Mag. Andrea Germ

Prof. Mag. Barbara Riedler

Prof. Mag. Klaudia Singer

MMag. Dr. Andreas Ulovec

Prof. Mag. Franz Cecil

Entstehung des Lehrwerks

Vorlaufzeit von über **zehn Jahren** mit **Entwürfen von Lehrgängen**, dem **Erstellen von Aufgaben** und **Erprobungen in Schulklassen**

Verfeinerungen des theoretischen Konzepts, Anpassen der **Aufgabenformate** an die **Bildungsstandards**, **Erprobungen** in mehreren **Schulklassen**

Einbindung weiterer Autorinnen und Autoren ab 2012, **Überarbeiten** bestehender Kapitel, Verfassen von Abschnitten aufgrund **neuer Sichtweisen**, **Ideen** und **didaktischer Konzepte**

Ziele des Lehrwerks

Heranführung der Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I an die Mathematik nach dem **genetischen Prinzip**

Aufbau von **Grundvorstellungen** zu mathematischen Begriffen unter Berücksichtigung der **Bildungsstandards**

Förderung der **Lese- und Sprachkompetenz** durch verständliche Texte und **exakte Terminologie**

sinnvolle Einbindung von **Technologie**

nahtloser Übergang zur Oberstufenreihe **Mathematik verstehen**

Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Inhaltsbereiche

I1 Zahlen und Maße

I2 Variablen, funktionale Abhängigkeiten

I3 Geometrische Figuren und Körper

I4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen

Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Lernziele

Deine Ziele in diesem Kapitel:

- Grundkenntnisse über natürliche Zahlen erwerben und einsetzen können.
- Natürliche Zahlen im jeweiligen Zusammenhang deuten können.
- Sachverhalte in mathematische Darstellungen übertragen und diese bewerten können.
- Eigenschaften und Beziehungen von natürlichen Zahlen begründen können.

Deine Ziele in diesem Kapitel:

- Dreiecke untersuchen und wesentliche Eigenschaften feststellen können.
- Dreiecke skizzieren und konstruieren können; dabei erkennen können, ob eine Konstruktion überhaupt möglich ist.
- Kongruente Dreiecke herstellen und die Kongruenz begründen können.
- Den Flächeninhalt rechtwinkeliger Dreiecke berechnen können.

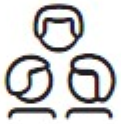
Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

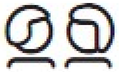
Handlungsbereiche

D … Darstellen, Modellbilden
O … Operieren, Rechnen
I … Interpretieren
A … Argumentieren, Begründen

Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Lernformen

 Diese Aufgaben können in **Gruppenarbeit** gelöst werden.

 Diese Aufgaben können in **Partnerarbeit** gelöst werden.

Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Einführungsaufgaben

8.01

Formt zehn kleine Papierkügelchen! Legt eines davon auf den Tisch und die neun anderen alle im gleichen Abstand von genau 10 cm um das mittlere Kügelchen! Was erkennt ihr?

8.02

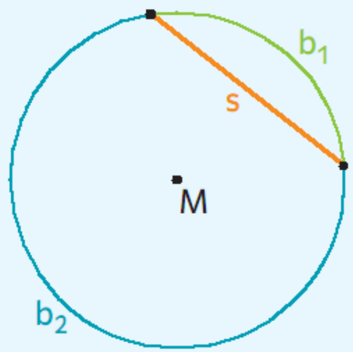
Wählt eine Person aus, die sich in der Mitte des Raums hinsetzt! Alle anderen beteiligten Personen setzen sich nun im gleichen Abstand von zwei Metern von der bereits sitzenden Person hin. Welche Sitzordnung wird hier eingenommen?

Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Theorie

$\mathbf{n \cdot \frac{a}{b}}$ kann als $\underbrace{\frac{a}{b} + \frac{a}{b} + \frac{a}{b} + \ldots + \frac{a}{b}}_{\text{n-mal}}$ interpretiert werden (**verkürzte Addition**).

- Eine **Strecke**, die zwei Punkte einer Kreislinie miteinander verbindet, nennt man **Kreissehne s**.
- Zwei Punkte einer Kreislinie teilen die Kreislinie in zwei **Kreisbögen** b_1 und b_2.
- Die beiden Kreisbögen sind stets länger als die zugehörige Kreissehne.



Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Musteraufgaben

0 **3.70** Florian kauft im Lebensmittelgeschäft ein Toastbrot um 0,55 €, Bananen um 1,19 €, Kekse um 0,99 € sowie eine Flasche Sirup um 2,69 €.

1) Wie viel Geld gibt Florian aus?

2) Wie viel Geld bekommt er zurück, wenn er mit einem 20-Euro-Schein bezahlt?

Lösung: **1)** Die Zahlen werden stellenwertrichtig untereinander geschrieben und addiert:

$$\begin{array}{r} 0{,}55 \\ 1{,}19 \\ 0{,}99 \\ \underline{2{,}69} \\ 5{,}42 \end{array}$$

Die Kommata müssen genau untereinander stehen!

Zur Kontrolle kann man die Beträge in Cent umwandeln und in der Zeile addieren:

55 + 119 + 99 + 269 = 542 (542 c = 5 € 42 c = 5,42 €)

Florian gibt 5,42 € aus.

2) Die Zahlen werden stellenwertrichtig untereinander geschrieben und subtrahiert:

$$\begin{array}{r} 20{,}00 \\ \underline{-5{,}42} \\ 14{,}58 \end{array}$$

Haben Minuend und Subtrahend unterschiedlich viele Nachkommastellen, kann man zur besseren Übersicht fehlende Nachkommastellen mit Nullern ergänzen.

Florian bekommt 14,58 € zurück.

Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Unterteilung der Aufgaben in zwei Rubriken:

Aufgaben	Grundlagen

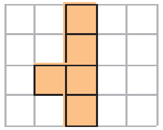
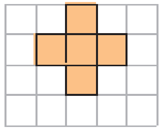
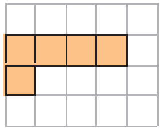
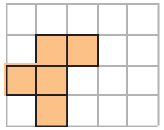
Diese Aufgaben vermitteln Grundlagen im Hinblick auf die Lernziele des Kapitels.

Aufgaben	Erweiterung und Vertiefung

Diese Aufgaben vertiefen die Grundlagen anhand von anspruchsvolleren Kontexten.

Aufgaben — Grundlagen

O I 11.29 Ergänze die Darstellung zu einem vollständigen Würfelnetz!

a) 
b) 
c) 
d) 

O 11.30 Zeichne das Netz des Würfels, dessen Kantenlänge gegeben ist! Überlege zuvor, wo du zu zeichnen beginnen musst!

a) a = 4 cm   b) a = 5 cm   c) a = 3,2 cm   d) a = 46 mm

O 11.31 Zeichne das Netz des Quaders! Überlege zuvor, wie viel Platz du für die Zeichnung benötigst!

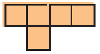
a) a = 4 cm b = 2 cm h = 3 cm   c) a = 5 cm b = 1,5 cm h = 2 cm
b) a = 2,5 cm b = 3,7 cm h = 5 cm   d) a = 3,5 cm b = 3,5 cm h = 5 cm

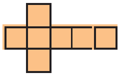
Aufgaben — Erweiterung und Vertiefung

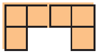
O I 11.32 Welche Aussagen sind richtig? Kreuze diese an!

- ☐ Das Netz eines Würfels besteht aus sechs gleich großen Quadraten.
- ☐ Der Mantel eines Quaders besteht aus der Grund- und der Deckfläche.
- ☐ Der Schrägriss eines Quaders ist dasselbe wie das Netz eines Quaders.
- ☐ Es gibt nur eine Möglichkeit, das Netz eines Quaders bzw. Würfels zu zeichnen.
- ☐ Im Netz eines Quaders bzw. Würfels gibt es nur normale und parallele Linien.
- ☐ Der Schrägriss eines Quaders bzw. Würfels ist ein Körper, also dreidimensional.

A 11.33 Begründe, dass es sich hierbei um kein Würfelnetz handelt!

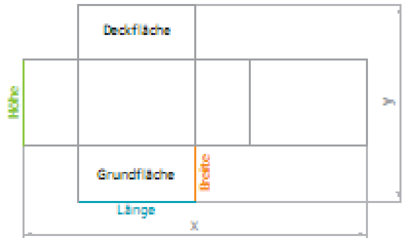
a)  ____________________

b)  ____________________

c)  ____________________

D O A 11.34

a) Zieht im Quadernetz alle vorkommenden Längen blau, alle Breiten rot und alle Höhen grün nach und beschriftet die Kanten mit a, b und h!
b) Ermittelt eine Formel zur Berechnung der Längen x und y! Verwendet dabei a, b und h!
c) Gibt das Abzählen der Kanten im Netz Auskunft über die Anzahl der bei einem Quader vorkommenden Kanten? Begründet die Antwort!



Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Online-Ergänzung

Für diese Aufgaben gibt es eine **Online-Ergänzung**. Ein Code am Ende der Seite führt direkt zum entsprechenden Inhalt.

Die Abkürzung *Info* führt zu weiteren Hintergrundinformationen.
Jene mit *Demo* bietet interaktive Applets zum besseren Theorieverständnis.
Unter *Übung* gibt es weitere Übungsaufgaben, die direkt am Computer zu lösen sind.
Die Abkürzung *Werkzeug* kennzeichnet Aufgaben, die mittels Technologie (GeoGebra, Tabellenkalkulation, …) gelöst werden können.

kostenloser Zugang

– direkter Einstieg mit Code im Schulbuch auf der Homepage des öbv

– ohne Code auf der Homepage des öbv

Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Zusammenfassung

Zusammenfassung

Ein **Rechteck** ist ein ebenes Viereck mit vier rechten Winkeln.
Ein **Quadrat** ist ein ebenes Viereck mit vier rechten Winkeln und vier gleich langen Seiten.
Ein **Parallelogramm** ist ein ebenes Viereck mit zwei parallelen und gleich langen Seiten.
Ein **Rhombus** ist ein ebenes Viereck mit vier gleich langen Seiten.
Ein **Trapez** ist ein ebenes Viereck mit zwei parallelen Seiten.
Ein **Deltoid** ist ein ebenes Viereck mit zwei Paaren benachbarter gleich langer Seiten.
Ein **allgemeines Viereck** weist keine Regelmäßigkeiten auf.

Die **Summe aller vier Winkelmaße** eines Vierecks ist stets **360°**.

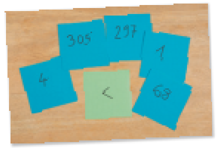
Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

DENKwürdiges – MERKwürdiges

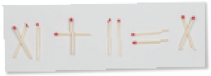
1.5 DENKwürdiges: Zahlenspiele

1.138 Bastelt euch **Kärtchen**, auf denen die Zahlen 4, 305, 297, 1 und 68 stehen! Auf einem weiteren Kärtchen soll ein Kleiner-Zeichen „<" gemalt sein.

1) Legt alle Zahlenkärtchen so nebeneinander auf, dass die kleinste bzw. die größte Zahl entsteht, die mit den Kärtchen gelegt werden kann!
2) Legt aus den Kärtchen immer zwei unterschiedliche Zahlen auf und legt das Zeichen „<" so in die Mitte der beiden Zahlen, dass die Spitze immer zur kleineren Zahl zeigt!



1.139 Die nebenstehende **Rechnung** in **römischer Darstellung** ist falsch. Stellt die Rechnung durch Verschieben eines Streichholzes richtig!
(Hinweis: Nur einfach das Gleichheitszeichen durchzustreichen ist nicht die gesuchte Lösung.)



1.140 Die nebenstehende **Rechnung** ist falsch. Ergänzt einen einzigen Strich, damit sie stimmt!
(Hinweis: Nur einfach das Gleichheitszeichen durchzustreichen ist nicht die gesuchte Lösung.)

5 + 5 + 5 = 550

1.141 Im **dualen Zahlensystem**, mit dem Computersysteme rechnen, gibt es nur die Ziffern 0 und 1. Grundlage dieses Systems ist die Zahl 2. Die dualen Einheiten sind **Einer, Zweier, Vierer, Achter, Sechzehner, Zweiunddreißiger** usw.
So lassen sich etwa die Zahlen 6 und 19 im dualen Zahlensystem so darstellen:

$6 = 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = [110]_2$

$19 = 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = [10011]_2$

Gelesen werden die Zahlen ziffernweise, also „eins-eins-null" und „eins-null-null-eins-eins".
In einer Stellenwerttafel sehen die beiden Zahlen so aus:

Zweiunddreißiger	Sechzehner	Achter	Vierer	Zweier	Einer
			1	1	0
	1	0	0	1	1

Stellt die Zahlen 1 bis 50 im dualen Zahlensystem dar!

1.6 MERKwürdiges: Null – Ziffer oder Zahl?

„Null" bedeutet angeblich so viel wie „nichts", aber Null hat sehr große Auswirkungen in der Mathematik. Als Zahl kommt Null im alltäglichen Sprachgebrauch nicht sehr häufig vor. Man verwendet eher die Begriffe „kein" oder „nichts". Sehr wohl kommt Null aber als Ziffer vor, da diese mit unserem Stellenwertsystem eng verbunden ist.

In der Zahl 5 402 beispielsweise gibt die **Ziffer 0** an, dass die Zehnerstelle nicht besetzt ist. Die Ziffer 0 ist somit in einer mehrstelligen Zahl dafür verantwortlich anzuzeigen, wo sich eine „Leerstelle" befindet, und daher sehr wichtig. Noch deutlicher erkennt man dies, wenn man an die Zahl 20 drei Nuller anhängt: Dann erhält man die Zahl 20 000 – das ist schon eine wesentliche Änderung.

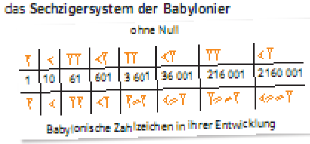
Rechnet man mit mehrstelligen Zahlen, so spielt für 0 auch die Deutung als Zahl eine Rolle:

$$\begin{array}{r} 5402 \\ +\,1763 \\ \hline 7165 \end{array}$$

Wir rechnen: 3 + 2 = 5, 6 + 0 = 6, 7 + 4 = 11, bleibt „1", 1 + 5 + „1" = 7, also 7165.

In der Rechnung 6 + 0 = 6 behandeln wir den Nuller als natürliche Zahl, die auf dem Zahlenstrahl vor dem Einser steht. Wenn man zu einer Zahl nur 0 dazuzählt, ändert sich diese Zahl nicht (siehe auch Kapitel 2). Hier ist 0 also eine gewöhnliche „Rechenzahl".

In der Geschichte der Mathematik zeigt sich, dass 0 als Ziffer meistens bedeutender war als 0 als Zahl. Das erste Stellenwertsystem der Menschheit, das **Sechzigersystem der Babylonier** (ca. 2200 v. Chr.), kannte den Nuller noch nicht. Erst sehr spät, in der sogenannten Seleukidenzeit (ca. 300 v. Chr.), entstand ein Lückenzeichen, ein „früher Nuller". Dieses Symbol wurde meistens im Inneren von Zahlen, nicht aber an deren Ende eingesetzt. Missverständnisse waren immer noch möglich.



Babylonische Zahlzeichen in ihrer Entwicklung

PTOLEMAIOS (ca. 100 bis 160 n. Chr.), ein bedeutender Astronom des Altertums, verwendete babylonische Zahlzeichen und zeichnete für Null ein kleines Ringerl. Nicht nur die Babylonier, auch andere Kulturen haben sich mit dem Nuller in Stellenwertsystemen beschäftigt: die Inder, die Chinesen und die Maya, aber etwas später als die Babylonier. Erst im 17. und 18. Jahrhundert bekam 0 auch als Zahl, als Ursprung, eine unverzichtbare Bedeutung – zum Beispiel beim Zahlenstrahl.

Zahlzeichen der Maya

Übrigens: In Österreich ist es üblich, „der Nuller", „der Einser", „der Zweier" usw. zu sagen oder einfach nur „Null", „Eins, „Zwei" usw. ohne Artikel, während man in Deutschland häufig „die Null", „die Eins", „die Zwei" usw. hört.

Aufbau und Erklärung des Lehrwerks

Wiederholung

Diese Symbole kennzeichnen die **Komplexität** der Aufgaben entsprechend den Bildungsstandards von K1 bis K3, je nachdem, wie viele Kästchen gefärbt sind.

Die Lösungen zu den Aufgaben der „blauen Seiten" sind am Ende des Schulbuchs.

5.9 Wiederholung: Wissen und Anwenden

Wiederholung: Wissen

5.105 Was versteht man unter einem Bruchteil des Ganzen?

5.106 Erkläre, was „Zähler" und „Nenner" in der Bruchdarstellung von Zahlen angeben!

5.107 Durch welche zeichnerischen Darstellungen kann man Bruchzahlen veranschaulichen?

5.108 Gib mindestens drei Bruchdarstellungen für die Zahl 2 an!

5.109 Wie kann ein Bruchstrich als Divisionszeichen gedeutet werden? Gib drei Beispiele an!

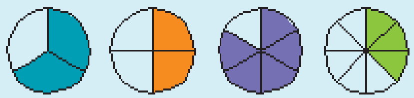
5.110 Was sind Stammbrüche? Was sind Dezimalbrüche? Gib je drei Beispiele an!

5.111 Welche beiden Deutungen gibt es bei der Multiplikation von Zahlen in Bruchdarstellung?

5.112 Gilt bei der Multiplikation mit Zahlen in Bruchdarstellung das Kommutativgesetz? Gib zwei Beispiele an!

Wiederholung: Anwenden

D O **5.113** 1) Gib an, welche Zahlen dargestellt sind!



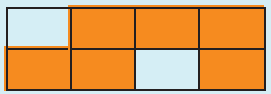
2) Schreibe die Zahlen in einer Kleiner-Kette an!

I **5.114** Setze das Kleiner-Zeichen, das Größer-Zeichen oder das Gleichhheitszeichen ein!

a) $\frac{1}{4}$ ___ $\frac{1}{8}$ b) $\frac{2}{10}$ ___ $\frac{3}{10}$ c) $\frac{4}{8}$ ___ $\frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{8}$ ___ $\frac{3}{4}$ e) $\frac{5}{10}$ ___ $\frac{10}{5}$

D A **5.115** Die Pizzas bei Luigi und Alberto sind stets gleich groß, Luigi teilt seine Pizzas aber immer in acht gleich große Teile, Alberto in sechs gleich große Teile. Pamina kauft bei Luigi vier Pizzastücke, Daniel bei Alberto drei Pizzastücke. Wer von beiden hat mehr Pizza erhalten? Begründe die Antwort!

I **5.116** Kreuze jene Zahlen an, die den färbig markierten Teil des Ganzen darstellen!



☐ $\frac{8}{6}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{6}{8}$ ☐ $\frac{4}{3}$

Mathematatik verstehen 1

3 Zahlen in Dezimaldarstellung

Deine Ziele in diesem Kapitel:

- Grundkenntnisse über Zahlen in Dezimaldarstellung erwerben und einsetzen können.
- Eigenschaften von Zahlen in Dezimaldarstellung begründen können.
- Grundlegende Rechenoperationen in der Dezimaldarstellung durchführen können.
- Rechenabläufe und Lösungswege beschreiben können.
- Aussagen zu Abfolge, Wirkung, Genauigkeit, Zulässigkeit und Richtigkeit machen können.

5 Zahlen in Bruchdarstellung

Deine Ziele in diesem Kapitel:

- Grundkenntnisse über Zahlen in Bruchdarstellung erwerben und anwenden können.
- Eigenschaften und Beziehungen von Zahlen in Bruchdarstellung begründen können.
- Einfache Rechenoperationen in Bruchdarstellung durchführen und veranschaulichen können.

8 Kreis und Kreisteile



Deine Ziele in diesem Kapitel:

- Grundkenntnisse über den Kreis und Kreisteile erwerben und einsetzen können.
- Kreislinie, Kreisfläche, Kreisring, Kreissektor und Kreissegment konstruieren können.
- Eigenschaften von Kreisen und Kreisteilen beschreiben und deuten können.
- Beziehungen zwischen Kreis und Kreis bzw. zwischen Kreis und Gerade erläutern können.

Mathematatik verstehen 2

1 Teiler und Teilbarkeit



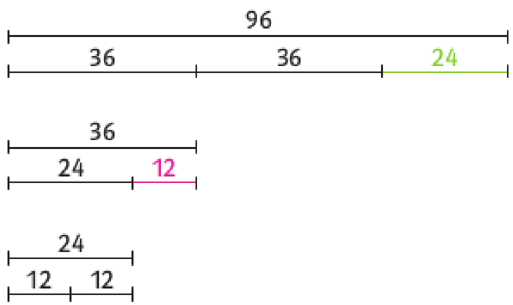
Deine Ziele in diesem Kapitel:

- Grundkenntnisse über Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen erwerben.
- Wichtige Teilbarkeitsregeln kennen, anwenden und begründen können.
- Den größten gemeinsamen Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache ermitteln können.

Der **größte gemeinsame Teiler (ggT)** zweier natürlicher Zahlen z_1 und z_2 ist die **größte Zahl,** welche die **Teilermengen beider Zahlen** z_1 und z_2 **gemeinsam** haben.

Das Ergebnis aus Aufgabe 1.64 kann man kurz so anschreiben: **ggT(96; 36) = 12**

Man kann sich dies grafisch folgendermaßen vorstellen:
36 passt in 96 zweimal hinein, es bleibt der Rest 24.
24 passt in 36 einmal hinein, es bleibt der Rest 12.
12 passt in 24 zweimal hinein, es bleibt kein Rest mehr.



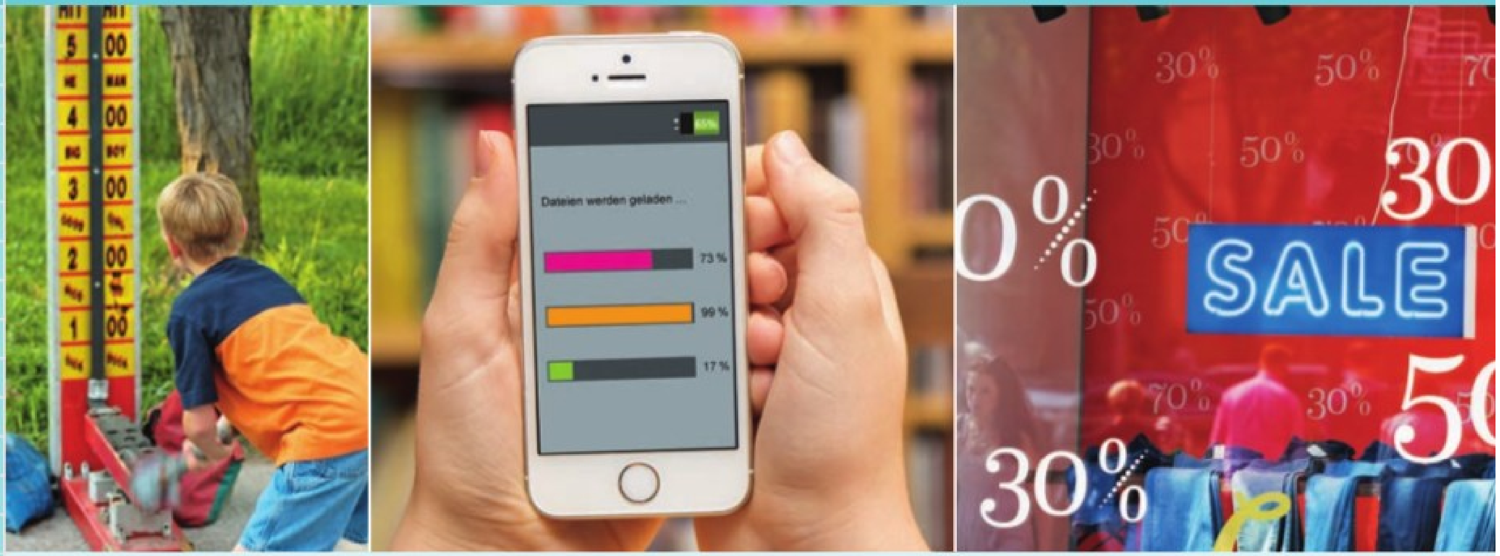
Rechnerisch bedeutet dies:
96 : 36 = 2, Rest 24
36 : 24 = 1, Rest 12
24 : 12 = 2, Rest 0
Die Zahl 12 ist jener Divisor, bei dem kein Rest mehr bleibt.
Daher ist **12** der **größte gemeinsame Teiler** der Zahlen **96 und 36**.

Dieses Verfahren nennt man den **euklidischen Algorithmus** nach dem griechischen Mathematiker EUKLID (ca. 300 v.Chr.). Dabei wird die größere der beiden Zahlen durch die kleinere dividiert, dann dividiertman die kleinere durch den Rest der Division usw., bis eine Division den Rest 0 hat. Der letzte von 0 verschiedene Rest ist der größte gemeinsame Teiler.
Ist ggT$(z_1; z_2) = 1$, so nennt man die beiden Zahlen z_1 und z_2 **teilerfremd**.

O **1.65** Ermittle den größten gemeinsamen Teiler von 2 695 und 1470 rechnerisch!

Lösung: 2 695 : 1470 = 1, Rest 1 225
1 470 : 1225 = 1, Rest 245
1 225 : 245 = 5, Rest 0 Daher gilt: ggT(2695; 1470) = 245

3 Mit Prozenten rechnen



Deine Ziele in diesem Kapitel:

- Grundkenntnisse über die Prozentrechnung erwerben.
- Mit Prozenten in vielfältigen Zusammenhängen arbeiten können.

$\mathbf{1\%} = \frac{1}{100} = 0{,}01$ **Ein Prozent** ist **ein Hundertstel**.

Daraus folgt zB:

$5\,\% = \frac{5}{100} = 0{,}05$ $25\,\% = \frac{25}{100} = 0{,}25$ $100\,\% = \frac{100}{100} = 1$

$10\,\% = \frac{10}{100} = 0{,}1$ $50\,\% = \frac{50}{100} = 0{,}5$ $200\,\% = \frac{200}{100} = 2$

3.2 Prozentaufgaben lösen

0 **3.29** Wie viel sind 10 % von 30?

Lösung: $10\,\% \text{ von } 30 = \frac{10}{100} \text{ von } 30 = \frac{10}{100} \cdot 30 = 0{,}1 \cdot 30 = 3$
10 % von 30 sind 3.

0 **3.30** Wie viel sind 85 % von 200?

Lösung: $85\,\% \text{ von } 200 = \frac{85}{100} \text{ von } 200 = \frac{85}{100} \cdot 200 = 0{,}85 \cdot 200 = 170$
85 % von 200 sind 170.

0 **3.31** Wie viel sind 125 % von 400?

Lösung: $125\,\% \text{ von } 400 = \frac{125}{100} \text{ von } 400 = \frac{125}{100} \cdot 400 = 1{,}25 \cdot 400 = 500$
125 % von 400 sind 500.

Allgemein gilt: $x\,\% = \frac{x}{100}$. Sind von Zahlen x, y und z zwei gegeben, lässt sich die dritte stets mit Hilfe der folgenden Beziehung ermitteln:

x % von y sind z oder als Formel $\frac{x}{100} \cdot y = z$

Dabei nennt man häufig **x** den **Prozentsatz**, **y** den **Grundbetrag** und **z** den **Anteil**.

0 **3.32** Im Schulhof spielen 24 Kinder, 75 % davon sind Burschen.
Wie viele Burschen sind das?

Lösung: x % von y sind z. 75 % von 24 sind **z**.

$\frac{75}{100} \cdot 24 = \mathbf{z}$

$0{,}75 \cdot 24 = \mathbf{z}$ $\mathbf{z} = 18$ Es sind 18 Burschen.

0 **3.33** Genau 36 % aller Fahrräder vor einer Schule sind schwarz. Das sind 45 Fahrräder. Wie viele Fahrräder stehen vor der Schule?

Lösung: x % von y sind z. 36 % von **y** sind 45.

$\frac{36}{100} \cdot \mathbf{y} = 45$

$0{,}36 \cdot \mathbf{y} = 45$

$\mathbf{y} = 45 : 0{,}36$ $\mathbf{y} = 125$ Es stehen 125 Fahrräder vor der Schule.

0 **3.34** In einer Stadt wohnen 25 000 Menschen. Darunter sind 5 500 Personen, die älter als 60 Jahre sind. Wie viel Prozent der Menschen in dieser Stadt sind älter als 60 Jahre?

Lösung: x % von y sind z. **x** % von 25 000 sind 5 500.

$\frac{\mathbf{x}}{100} \cdot 25\,000 = 5\,500$

$\frac{x}{100} = 5\,500 : 25\,000 = 0{,}22$

$\mathbf{x} = 0{,}22 \cdot 100$ $\mathbf{x} = 22$ Es sind 22 % der Menschen älter als 60 Jahre.

Mathematik verstehen 2

8 Vierecke

Deine Ziele in diesem Kapitel:

- Vierecke und deren Eigenschaften erkennen und beschreiben können.
- Geeignete Angaben zum Skizzieren und Konstruieren besonderer und allgemeiner Vierecke erkennen und diese umsetzen können.
- Kongruente Figuren erkennen und für Konstruktionen anwenden können.
- Flächeninhalte von Vierecken durch Zerlegen oder Ergänzen zu Rechtecken oder recht-winkeligen Dreiecken berechnen können.

0

8.47 Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit $a = 7\,\text{cm}$, $b = 4\,\text{cm}$ und $\alpha = 60°$!

Lösung:

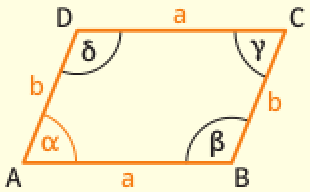
1. Schritt: Beginne mit einer Skizze, kennzeichne darin die gegebenen Bestimmungsstücke!

2. Schritt: Konstruiere zuerst das Dreieck ABD mit a, α und b (SWS-Satz)!

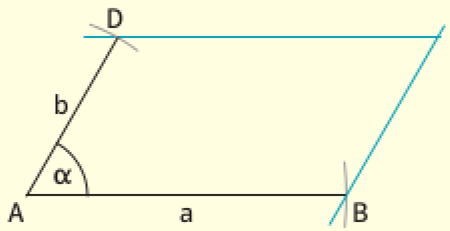
3. Schritt: Zeichne dann entweder eine Parallele zu AB durch D und eine Parallele zu AD durch B oder schlage von D aus die Seite a und von B aus die Seite b mit dem Zirkel ab! Du erhältst in beiden Fällen als Schnittpunkt den Eckpunkt C.

4. Schritt: Ziehe die Seiten des Parallelogramms nach und beschrifte es vollständig!

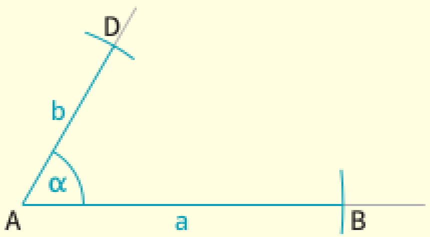
1. Schritt:



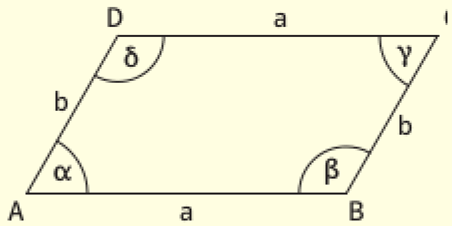
3. Schritt:



2. Schritt:



4. Schritt:



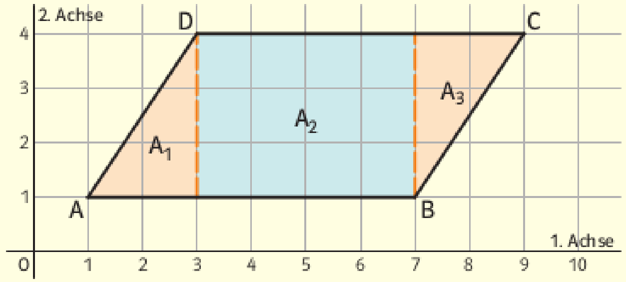
0 **8.57** Berechne den Flächeninhalt A des Parallelogramms! Zerlege es dazu in zwei rechtwinkelige Dreiecke und ein Rechteck!

Lösung: Die Inhalte A_1 und A_3 der beiden rechtwinkeligen Dreiecksflächen sind gleich. A_2 ist der Flächeninhalt des Rechtecks.

$A = A_1 + A_2 + A_3$

$A_1 = A_3 = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \quad A_2 = 3 \cdot 4 = 12$

$A = 3 + 12 + 3 = 18$



0 **8.58** Zeichne das Parallelogramm ABCD und berechne seinen Flächeninhalt A!

a) A = (1|1), B = (9|1), C = (10|4), D = (2|4)

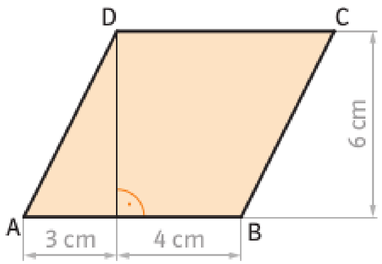
b) A = (3|2), B = (8|2), C = (7|5), D = (2|5)

c) A = (1|1), B = (5|1), C = (7|6), D

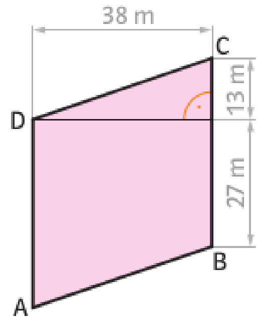
d) A = (1|2), B = (7|2), C, D = (0|4)

0 **8.59** Berechne den Flächeninhalt A des Parallelogramms ABCD!

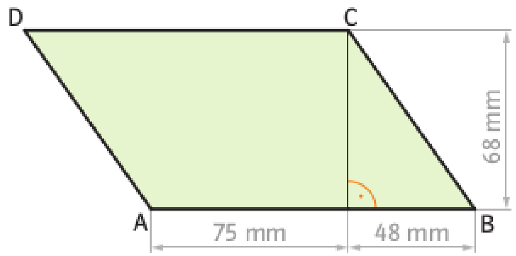
a)



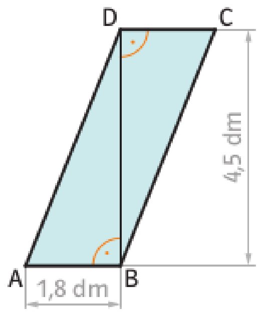
c)



b)



d)



Online-Ergänzung

Materialien für **Lehrerinnen** und **Lehrer**

Zusatzinformationen, Applets, Übungsaufgaben und
Technologieanwendungen für **Schülerinnen** und **Schüler**
(kein Ersatz für den Unterricht)

Kompetenzorientierung und Bildungsstandards

„Mit der Einführung der Bildungsstandards geht auch eine gewisse Erwartungshaltung gegenüber Schulbüchern einher. Da sie kompetenzorientiert auf die Anforderungen der Bildungsstandards eingehen müssen, kommt der Aufgabenstellung eine besondere Rolle zu."

(Grosser N., Koth M., Waltenberger J.: Kompetenzorientierung. In: Handreichung - Bildungsstandards in Schulbüchern. BMUKK, S. 4)

Ordne die Längen richtig zu!

1,75 m	6 mm	1893 m	12 cm	4 m 87 cm	723 km
Durchmesser einer DVD	Höhe eines Kirschbaums	Entfernung Bregenz – Eisenstadt	Länge eines Marienkäfers	Fensterbreite	Seehöhe des Ötschers

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Kreuze an! Stelle falsche Aussagen richtig!

	richtig	falsch		richtig	falsch
0,02371 km = 23,71 m	☐	☐	1,5 dm < 1,5m < 1,5 km	☐	☐
539 cm > 0,539 m	☐	☐	40 m = 0,4 km	☐	☐
34 m 5 cm 4 mm = 34,54 m	☐	☐	1 cm > 0,000 01 km	☐	☐

Eine Schule mit 22 Klassen hat 506 Schülerinnen und Schüler.

1) Wie viele Schülerinnen und Schüler dieser Schule sitzen durchschnittlich in einer Klasse?
2) Kann man aus dem arithmetischen Mittel ablesen, wie viele Kinder in der 3A sitzen? Begründe die Antwort!

Schätze, wie viele Erwachsene und Kinder in einen Aufzug mit der Aufschrift „maximale Zuladung 950 kg“ einsteigen dürfen, ohne diesen zu überlasten! (Es gibt viele Möglichkeiten einer Lösung. Finde mindestens drei angemessene Antworten!)

Die Zahl d ist uns nicht bekannt. Was bedeutet **a)** $d + 8$, **b)** $d : 2$, **c)** $3 \cdot d + 4$?

In der großen Pause spielen k Kinder auf dem Schulhof. Nach dem Unterricht spielen dort $3 \cdot k - 1$ Kinder. Erkläre in Worten, wie viele Kinder nach dem Unterricht auf dem Schulhof spielen!

Es sei n die Anzahl der Nadelbäume und l die Anzahl der Laubbäume in einem Wald. Es gibt dort doppelt so viele Nadelbäume wie Laubbäume. Kreuze die richtigen Gleichungen an!

☐ $2 \cdot n = l$ ☐ $l = n + 2$ ☐ $n = 2 \cdot l$ ☐ $n = l - 2$ ☐ $n : 2 = l$

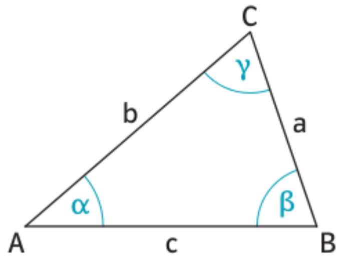
Ist es sinnvoll, für den Stadtplan von Eisenstadt den Maßstab 1 : 500 000 zu wählen? Begründe die Antwort!

„Ein Lehrwerk, das sich durch korrekte Verwendung der mathematischen Fachsprache auszeichnet, gibt SchülerInnen ein gutes Sprachmodell für eigene Formulierungen. Im Buch vorhandene Erklärungstexte geben den Kindern ein Modell für das Formulieren von Begründungen und Erklärungen und ermöglichen das selbstständige Erarbeiten einzelner Stoffabschnitte anhand des Lehrbuchs."

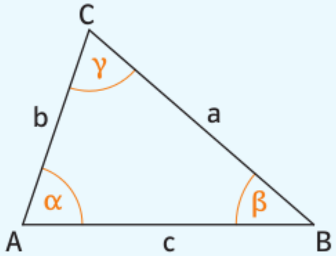
(Grosser N., Koth M., Waltenberger J.: Kompetenzorientierung. In: Handreichung - Bildungsstandards in Schulbüchern. BMUKK, S. 5)

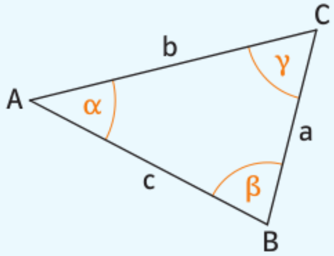
7.2 Arten von Dreiecken

Sind in einem Dreieck alle Seiten unterschiedlich lang und alle Winkel unterschiedlich groß, so spricht man von einem **allgemeinen Dreieck**. Beachtet man jedoch **Besonderheiten** bei den **Winkeln**, so lassen sich **sechs Arten** von Dreiecken unterscheiden:



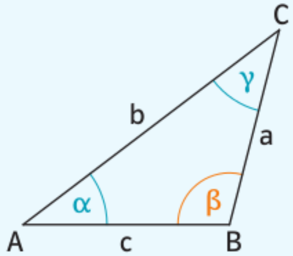
Sind **alle** drei Winkelmaße **kleiner als 90°**, so handelt es sich um ein **spitzwinkeliges Dreieck**, zB:



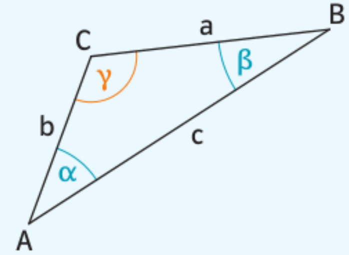


$\alpha < 90°$; $\beta < 90°$; $\gamma < 90°$

Ist **ein** Winkelmaß **größer als 90°**, so handelt es sich um ein **stumpfwinkeliges Dreieck**, zB:

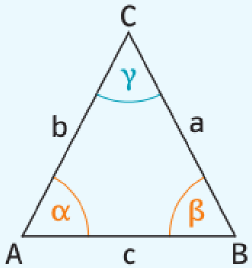


$\beta > 90°$

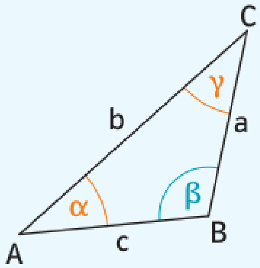


$\gamma > 90°$

Sind **zwei Winkel gleich groß**, so handelt es sich um ein **gleichschenkeliges Dreieck**, zB:



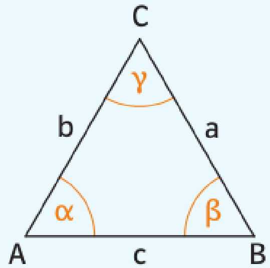
$\alpha = \beta$; $a = b$



$\alpha = \gamma$; $a = c$

Die beiden gleich langen Seiten nennt man **Schenkel**, die dritte Seite nennt man **Basis**. Die beiden Winkel, die der Basisseite anliegen, nennt man **Basiswinkel**.

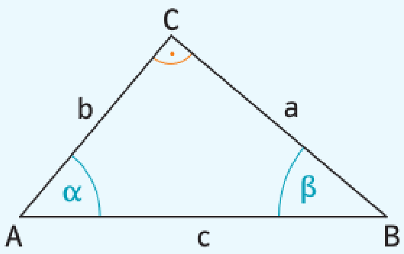
Sind **alle drei Winkel gleich groß**, so handelt es sich um ein **gleichseitiges Dreieck**:



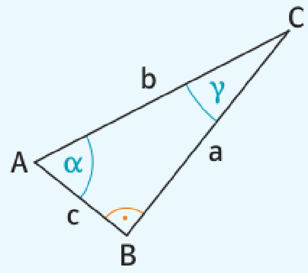
$\alpha = \beta = \gamma = 60°$

$a = b = c$

Ist das **Maß eines Winkels genau 90°**, so handelt es sich um ein **rechtwinkeliges Dreieck**, zB:

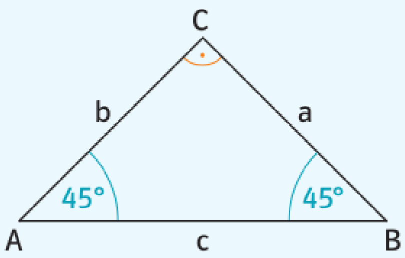


$\gamma = 90°$

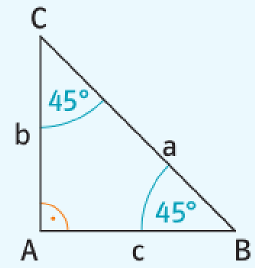


$\beta = 90°$

Sind die **Winkelmaße 45°, 45°** und **90°**, so handelt es sich um ein **rechtwinkelig-gleichschenkeliges Dreieck**, zB:



$\alpha = 45°$; $\beta = 45°$;
$\gamma = 90°$



$\alpha = 90°$;
$\beta = 45°$; $\gamma = 45°$

Die beiden Seiten, die dem rechten Winkel anliegen, nennt man **Katheten**.
Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, nennt man **Hypotenuse**.

„Das Nachvollziehen der vorhandenen Lösungswege von Musteraufgaben trägt zum Handlungsbereich H3 (Interpretieren) bei und hilft gleichzeitig beim eigenständigen Darstellen von Lösungswegen.“

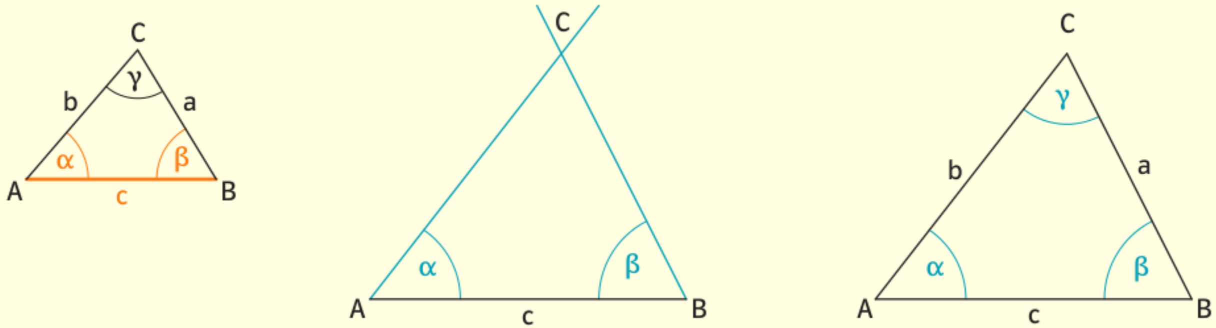
(Grosser N., Koth M., Waltenberger J.: Kompetenzorientierung. In: Handreichung – Bildungsstandards in Schulbüchern. BMUKK, S. 5)

0

7.68 Konstruiere ein Dreieck ABC mit $c = 6{,}2\,cm$, $\alpha = 52°$ und $\beta = 63°$!

Lösung: **1. Schritt:** In einer beschrifteten Skizze werden die Angaben hervorgehoben.
2. Schritt: Die Seite c wird aufgetragen. Bei A wird der Winkel α so konstruiert, dass der zweite Winkelschenkel als Strahl von A aus ganz fein gezeichnet wird. Bei B wird der Winkel β genauso konstruiert. Der Schnittpunkt der beiden Strahlen ist der Eckpunkt C.
3. Schritt: Die Punkte A und C sowie B und C werden durch Strecken verbunden. Das Dreieck wird vollständig beschriftet.

1. Schritt: **2. Schritt:** **3. Schritt:**



Winkel-Seiten-Winkel-Satz (WSW-Satz) bzw. **Seiten-Winkel-Winkel-Satz (SWW-Satz)**
Zwei Dreiecke sind **kongruent**, wenn sie in **einer Seitenlänge** und in den **Maßen zweier Winkel** übereinstimmen.
Mit der Angabe einer Seitenlänge und den Maßen zweier Winkel, deren Summe kleiner als 180° sein muss, lässt sich ein Dreieck **eindeutig** konstruieren.

Mathematik verstehen
Arbeitsheft

Übungsaufgaben nach den **Kapiteln des Schulbuchs geordnet**

Festigung des Gelernten, **Vertiefung** in einen Themenbereich

Lösungen in der Mitte **zum Herausnehmen**

Mathematik verstehen
Lösungsheft

Lösungen zu den Aufgaben des **Schulbuchs**

zahlreiche **Hilfestellungen**, oft **vollständig durchgerechnet**

vollständig formulierte Antworten

Material für Schülerinnen und Schüler im Überblick

Mathematik verstehen 1
€ 13,95

Mathematik verstehen 1 Arbeitsheft
€ 7,25

Mathematik verstehen 2
€ 13,95

Mathematik verstehen 2 Arbeitsheft
€ 7,25

Zusatzmaterial für Lehrerinnen und Lehrer im Überblick

Mathematik verstehen 2 Lösungsheft
€ 10,50

Mathematik verstehen 2 DUA
€ 29,95

Kostenlos mit im Paket

- Testen und Fördern www.testen-und-foerdern.at
- Mathematik verstehen-Online www.oebv.at
- Digitale Präsentationsfassung
  - Das Schulbuch digital und sofort einsetzbar

DUA – der Digitale Unterrichtsassistent

Leichtere Vorbereitung

- Alle Zusatzmaterialien passgenau zum Schulbuch
- Kopiervorlagen sofort ausdrucken
- Wichtige Stellen markieren und mit Notizen versehen

Unterricht, der gelingt

- Das gesamte Schulbuch digital und sofort einsetzbar
- Multimedia-Dateien abspielen
- Texte, Bilder und Grafiken hervorheben

Alles im Blick auf einen Klick.

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!