

# **Vorgaben und Ideen zur Gestaltung von Fragestellungen für die mündliche Reifeprüfung**

Dr. Bernhard Salzger

St. Pölten, 2. März 2015

# Organisatorisches – fünf Gesichtspunkte

## *Gesichtspunkt 1*

Für jede Abschlussklasse sind **24 Themenbereiche** festzulegen. Diese sind **lernzielorientiert** zu benennen und bis spätestens **Ende November** der letzten Schulstufe kundzumachen.

## Beispiele für lernzielorientierte Themenbereiche (Teil 1):

- **Zahlbereiche und Rechengesetze kennen und sinnvoll einsetzen können**
- **Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme aufstellen, interpretieren und lösen können**
- **Begriffe der Funktionenlehre kennen und sinnvoll einsetzen können**
- **Potenzen und Wurzeln definieren und im Rahmen von Potenzfunktionen anwenden können**
- **Begriffe der Trigonometrie kennen und im Kontext einsetzen und anwenden können**
- **Winkelfunktionen definieren und mit ihnen im Kontext arbeiten können**
- **Folgen und Reihen definieren und sinnvoll einsetzen können**

## Beispiele für lernzielorientierte Themenbereiche (Teil 2):

- Modelle von Exponential- und Logarithmusfunktionen kennen, aufstellen und mit ihnen arbeiten können
- Gleichungen von Kreis und Kugel im Kontext interpretieren und anwenden können
- Prozesse vom Differenzenquotienten zum Differentialquotienten erklären, deuten und anwenden können
- Den Nutzen der Integralrechnung in Anwendungssituationen darlegen und damit arbeiten können
- Stetige Verteilungen definieren, interpretieren und damit arbeiten können

## *Gesichtspunkt 2*

In der unterrichtsfreien Zeit vor der mündlichen Reifeprüfung können **bis zu vier Unterrichtseinheiten als Vorbereitung** darauf eingerichtet werden. Dabei sind prüfungsrelevante **Kompetenzanforderungen** zu behandeln, Prüfungssituationen zu analysieren und lerntechnische Hinweise zu geben.

## Stichwort „Kompetenzanforderungen“:

Für Kandidatinnen und Kandidaten bedeutet dies:

**„Ich muss mein mathematisches Grundwissen anwenden und dieses bei (vertrauten und) neuen Problemstellungen sinnvoll einsetzen können.“**

In der Situation der mündlichen Reifeprüfung bedeutet dies für Kandidatinnen und Kandidaten, Kompetenzen in **Aufgabenstellungen** unter Beweis zu stellen, **die nicht in identer Form im Unterricht bearbeitet worden sind.**

### *Gesichtspunkt 3*

Der Prüfungskandidat/die Prüfungskandidatin **zieht zwei Themenbereiche**, wovon **einer** vom Kandidaten/von der Kandidatin **zu wählen** ist.

## Vorschläge für die Praxis:

**Möglichkeit 1:** Der Kandidat/die Kandidatin nennt zwei Zahlen von 1 bis 24. Dabei darf ihm/ihr nicht bekannt sein, welche Nummer welchem Themenbereich zugeordnet ist. Danach werden ihm/ihr die Benennungen der beiden Themenbereiche vorgelegt.

**Möglichkeit 2:** Der Kandidat/die Kandidatin zieht ohne hinzusehen aus 24 Kärtchen zwei Nummern. Mit den beiden Nummern geht man zur Liste der Benennungen der Themenbereiche.

**Möglichkeit 3:** Der Kandidat/die Kandidatin zieht ohne hinzusehen aus 24 Kärtchen zwei Benennungen der Themenbereiche.

## Vorgaben für die Praxis:

**Einer** der beiden Themenbereiche ist vom Kandidaten/von der Kandidatin zu wählen.

Sodann wird ihm/ihr die vom Prüfer/von der Prüferin ausgesuchte **Aufgabenstellung** übergeben. Gleichzeitig mit der Aufgabenstellung sind allenfalls erforderliche **Hilfsmittel** zu übergeben bzw. bereitzustellen.

### Hilfsmittel

herkömmliche Schreibgeräte, Geo-Dreieck, Zirkel

approbierte Formelsammlung

elektronische Hilfsmittel (Minimalanforderungen: Darstellung von Funktionsgraphen, numerisches Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, Ermitteln von Ableitungs- und Stammfunktionen, numerische Integration, stochastische Verfahren)

### *Gesichtspunkt 4*

Zur **Vorbereitung** auf die mündliche Prüfung ist dem Prüfungskandidaten/der Prüfungskandidatin eine Frist von **mindestens 20 Minuten** zu gewähren.

## Vorschläge für die Praxis:

**Räumliche Trennung** vom Prüfungsraum wäre empfehlenswert – dafür ist jedoch eine **Aufsicht** erforderlich.

Ist eine räumliche Trennung nicht möglich, muss darauf geachtet werden, dass während der Vorbereitungszeit **keine Prüfung im selben Fach** stattfindet.

## *Gesichtspunkt 5*

Die Prüfungsdauer darf **zehn Minuten nicht unterschreiten** und **20 Minuten nicht überschreiten**.

# Aufgabenstellungen – drei Gesichtspunkte

## *Gesichtspunkt 1*

Zu **jedem** Themenbereich müssen vom Prüfer/von der Prüferin mindestens **zwei kompetenzorientierte Aufgabenstellungen** ausgearbeitet werden.

## Vorschläge für die Praxis:

**Möglichkeit 1:** Alle Mathematiklehrenden einer Schule teilen das Verfassen der 48 Aufgabenstellungen untereinander auf, sodass eine Aufgabensammlung mit den entsprechenden Lösungen entstehen kann, die jedem Lehrer/jeder Lehrerin zur Verfügung steht.

**Möglichkeit 2:** Jeder Lehrer/jede Lehrerin verfasst für sich selbst bzw. für die eigene Klasse 48 Aufgabenstellungen mit den entsprechenden Lösungen.

**„Möglichkeit 3“:** Hat man nur einen Kandidaten/eine Kandidatin, so würden 24 Aufgabenstellungen genügen.

## Hinweis für die Praxis:

Die 48 Aufgabenstellungen müssen einander **deutlich unterscheiden**. Daher ist es **nicht zulässig**, ein und dieselbe Aufgabenstellung mehreren Themenbereichen zuzuordnen.

Die Aufgabenstellungen sollten **mehrere Teilaufgaben** beinhalten.

„**Werkzeugkompetenz**“ ist integraler Bestandteil mathematischer Kompetenzen. Daher sollen Aufgabenstellungen, die den sinnvollen Einsatz von Technologien verlangen, dem **Modellieren**, dem **Visualisieren** und dem zweckmäßigen **Operieren** dienen.

## *Gesichtspunkt 2*

Die Aufgabenstellungen sollen die Anforderungsbereiche **Reproduktion**, **Transfer** und **Reflexion** enthalten.

Stichwort „Anforderungsbereiche“:

## **Reproduktion**

fachspezifische Sachverhalte wiedergeben und darstellen,  
Fachtermini anwenden, Arbeitstechniken einsetzen

## **Transfer**

Zusammenhänge erklären, Sachverhalte verknüpfen  
und einordnen

## **Reflexion**

Sachverhalte bzw. Probleme erörtern und lösen,  
Hypothesen entwickeln, Ergebnisse interpretieren

Mathematische Kompetenzen beziehen sich auf drei Bereiche:

### **Handlungsbereich**

Art der Tätigkeit (Darstellen, Modellbilden, Operieren, Interpretieren, Argumentieren, Begründen)

### **Inhaltsbereich**

fachliche Inhalte (Algebra und Geometrie, funktionale Abhängigkeiten, Analysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik)

### **Komplexitätsbereich**

Art und Grad der Vernetzungen sowie der Reflexion

### *Gesichtspunkt 3*

Der Zuschnitt der Aufgabenstellung muss es ermöglichen, dass die **Notendefinition** der Leistungsbeurteilungsverordnung hinsichtlich der Beurteilung der Eigenständigkeit, der Methodenkompetenz etc. **ausgeschöpft werden kann**. Weiters ist darauf zu achten, dass die Aufgabenstellung wesentliche Aspekte umfasst und **nicht den gesamten Themenbereich** abdeckt.

Die Aufgabenstellung muss gewährleisten, dass der Kandidat/die Kandidatin die **Prüfungszeit sinnvoll nützen** und die **unterschiedlichen Kompetenzen unter Beweis stellen kann**.

## Crashtests

Auf einem großen Testgelände werden Crashtests durchgeführt, bei denen nicht nur Mängel an der Karosserie eines Fahrzeugs, sondern auch Gefahren für Insassen und Fußgänger erhoben werden. Alle Zusammenstöße sind geplant und exakt vorbereitet.

So startet ein Fahrzeug A beim Punkt  $P = (0 \mid 100)$  und wird geradeaus fortgezogen, sodass es nach fünf Sekunden mit annähernd gleichbleibender Geschwindigkeit beim Punkt  $Z = (55 \mid 150)$  ankommt.

Ein zweites Fahrzeug B startet beim Punkt  $Q = (110 \mid 100)$  und soll ebenfalls nach fünf Sekunden mit annähernd gleichbleibender Geschwindigkeit beim Punkt Z ankommen und ist nach vier Sekunden beim Punkt  $V = (66 \mid 140)$ .



### Aufgabenstellung:

- 1) Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Fahrzeug B tatsächlich in der vorgeschriebenen Zeit beim Punkt Z ankommt! Erklären Sie, wie Sie dabei vorgegangen sind!

*(Reproduktion, Transfer)*

- 2) Berechnen Sie das Maß des Winkels  $\varphi$ , in welchem die beiden Fahrzeuge zusammenstoßen sollen! Begründen Sie anhand der Rechnung, dass es sich um ein Winkelmaß handeln muss, das größer als  $90^\circ$  ist!

*(Reproduktion, Transfer, Reflexion)*

- 3) Die Parameterdarstellung  $X = (110 \mid 100) + t \cdot (-11 \mid 10)$  stellt die Spur des Fahrzeugs B dar. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes X zwei Minuten vor dem geplanten Zusammenstoß! Welchen Wert nimmt t zum Zeitpunkt des Zusammenstoßes an?

*(Reproduktion)*

- 4) Ein Fußgänger soll sich in diesem Gelände gemäß der Geraden  $g: x - 7y = -560$  bewegen. Ist er jemals gefährdet, mit einem der beiden Fahrzeuge zusammenzustoßen? Beschreiben Sie den Rechengang! Stellen Sie die Situation zur Kontrolle in einem kartesischen Koordinatensystem dar!

*(Reproduktion, Transfer, Reflexion)*

## Das Tangentenproblem

Die Differentialrechnung wurde an zwei analogen Problemen, jedoch unabhängig voneinander, von den beiden Mathematikern **Isaac Newton** (1643 – 1727) und **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646 – 1716) entwickelt. **Newton** ging von einem physikalischen Problem aus, der Momentangeschwindigkeit, **Leibniz** von einem geometrischen, dem Tangentenproblem.



### Aufgabenstellung:

- 1) Für den Weg  $s(t)$ , den ein Körper unter Vernachlässigung des Luftwiderstands im freien Fall in einem Zeitintervall  $[0; t]$  zurücklegt, gilt näherungsweise  $s(t) = 5t^2$  ( $t$  in Sekunden,  $s(t)$  in Meter). Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit eines Körpers im Zeitintervall  $[5; 8]$  und die Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t = 6$ ! Erklären Sie die Vorgehensweise!

*(Reproduktion, Transfer, Reflexion)*

- 2) Ermitteln Sie die Steigung der Tangente im Punkt  $P = (3 \mid p_2)$  des Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 0,25x^2$  mit Hilfe des Übergangs vom Differenzenquotienten zum Differentialquotienten! Wie lautet eine Gleichung dieser Tangente?

*(Reproduktion, Transfer)*

- 3) Worin liegt die Grundproblematik bei der Bildung des Grenzwerts  $f'(3)$  aus dem Differenzenquotienten? Erläutern Sie dies anhand einer Skizze!

*(Reflexion, Transfer)*

- 4) Begründen Sie die drei Grundbeziehungen für Differentiale in der Schreibweise von **Leibniz**:

$$\Delta x = dx$$

$$\Delta y \approx dy$$

$$dy = f'(x) \cdot dx$$

*(Transfer, Reflexion)*

## Kompensationsprüfung bei negativ beurteilter Klausur

Der Prüfungskandidat/die Prüfungskandidatin kann **bis spätestens drei Tage nach der Bekanntgabe der negativen Beurteilung** beantragen, eine mündliche Kompensationsprüfung abzulegen. Die **terminliche Festlegung** der Kompensationsprüfungen erfolgt durch das **BMBF**.

Die Aufgabenstellung (Leitfrage; offene Formate) wird **über das BIFIE an die Schulleitung** übermittelt.

Die **Vorbereitungszeit** beträgt **mindestens 30 Minuten**, die **Prüfungszeit** **längstens 25 Minuten**.

Das Gesamtkalkül kann **nicht besser als „Befriedigend“** lauten. Im Reifeprüfungszeugnis findet sich hierzu ein **Vermerk**.

Note	erreichte Indikatoren
„Genügend“	4 GK-Indikatoren + 0 Leitfragenindikatoren 3 GK-Indikatoren + 1 Leitfragenindikator
„Befriedigend“	5 GK-Indikatoren + 0 Leitfragenindikatoren 4 GK-Indikatoren + 1 Leitfragenindikator 3 GK-Indikatoren + 2 Leitfragenindikatoren
„Gut“	5 GK-Indikatoren + 1 Leitfragenindikator 4 GK-Indikatoren + 2 Leitfragenindikatoren 3 GK-Indikatoren + 3 Leitfragenindikatoren
„Sehr gut“	5 GK-Indikatoren + 2 Leitfragenindikatoren 4 GK-Indikatoren + 3 Leitfragenindikatoren

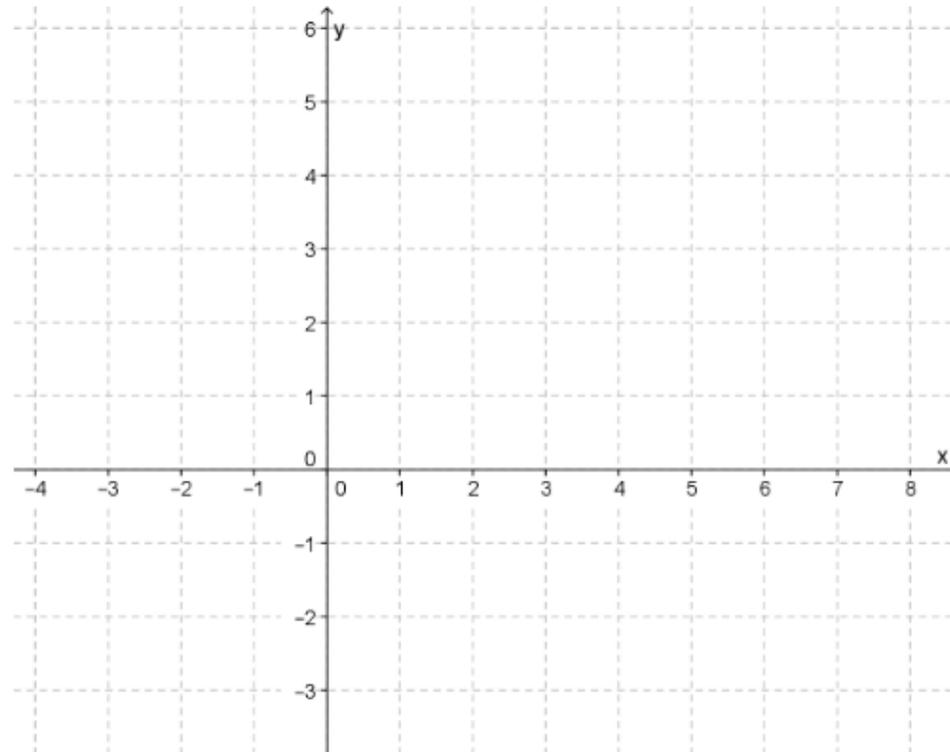
Begriffserklärung:

- GK-Indikator (Grundkompetenzen-Indikator):  
Die Strukturierung in diesem ersten Teil der Aufgabenstellung folgt dem Grundkompetenzenkatalog.
- Leitfragenindikator:  
Der Leitfragenindikator dient zur Vertiefung im jeweiligen Inhaltsbereich. Dabei müssen die Kandidatinnen und Kandidaten unter Beweis stellen, dass sie in der Lage sind, reflektiert mit Grundkompetenzen umzugehen.

## Aufgabe 1:

Gegeben sind die beiden Punkte  $A = (-1|3)$  und  $B = (1|1)$ , durch die eine Gerade  $g$  festgelegt ist.

Aufgabenstellung:



Zeichnen Sie die Gerade  $g$  im obigen Koordinatensystem ein und geben Sie die Gleichung der Geraden  $g$  in Parameterform an! Beschreiben und erläutern Sie dabei konkret Ihre Vorgangsweise und begründen Sie Ihre Überlegungen!

Leitfrage:

Geben Sie weitere Darstellungsformen der Geraden  $g$  an und erläutern Sie diese!

## Aufgabe 2

### Rechtwinkeliges Dreieck

Von einem rechtwinkligen Dreieck kennt man die Größe eines Winkels mit  $38^\circ$  und die Länge der Hypotenuse mit 25 cm.

#### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks und erklären Sie Ihre Vorgehensweise!

#### Leitfrage:

Begründen Sie, warum in einem rechtwinkligen Dreieck die Sinus- und Cosinuswerte der Winkel nie negativ sein können!

Geben Sie an, in welchem Quadranten alle Winkel liegen, deren Sinus- und zugleich auch Cosinuswerte negativ sind! Begründen Sie Ihre Wahl (z. B. mithilfe des Einheitskreises)!

# Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Dieser Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Grundkompetenzpunkt erreicht	Leitfragenpunkt erreicht
Aufgabe 1		
Aufgabe 2		
Aufgabe 3		
Aufgabe 4		
Aufgabe 5		

Quellen und Hinweise:

[https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung\\_ahs\\_mrp.pdf](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung_ahs_mrp.pdf)

[https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung\\_ahs\\_lfmath.pdf](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung_ahs_lfmath.pdf)

<https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung.html>

<https://www.bifie.at/node/2343>

<https://www.bifie.at/node/2319>

[https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp\\_kompensationspruefung\\_mathematik\\_2015-02-17.pdf](https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_kompensationspruefung_mathematik_2015-02-17.pdf)